

熱と温度

知能機械工学専攻

下条 誠

自己紹介

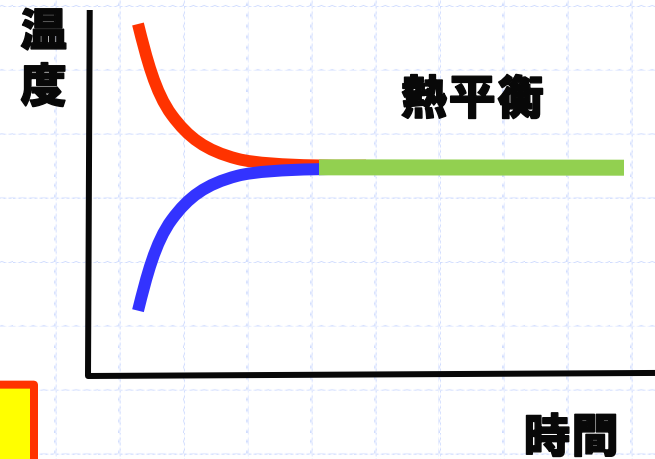
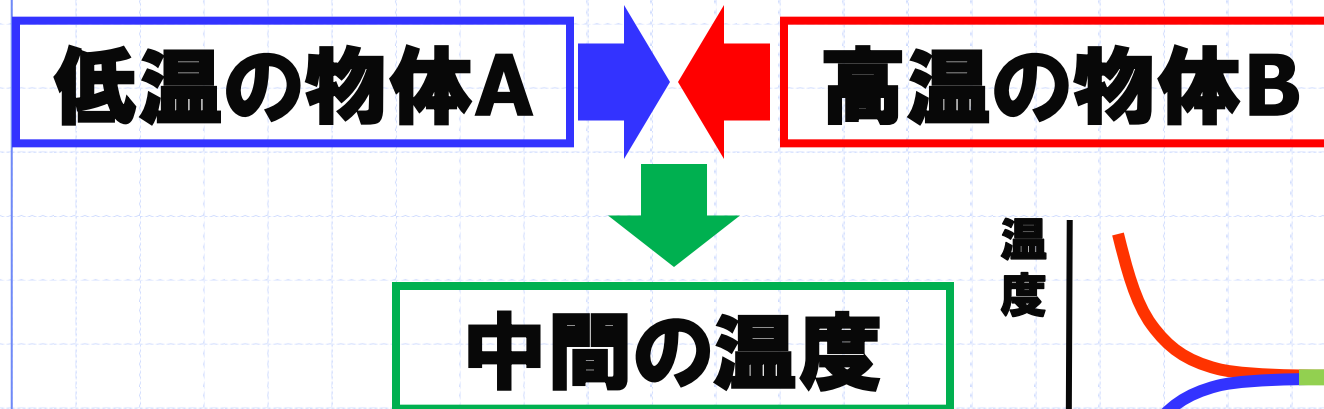


- 昭和26年1月27日 東京生まれ
- 昭和48年電気通信大学機械工学科卒業
- 昭和51年東京工業大学大学院総合理工学研究科精密機械システム専攻修了
- 同年通産省工業技術院製品科学研究所入所
- 平成5年1月生命工学工業技術研究所人間環境システム部報伝達機能研究室室長
- 平成9年9月茨城大学工学部情報工学科教授
- 昭和60年9月から1年間スタンフォード大学客員研究員
- 現在、電気通信大学電気通信学部知能機械工学科 教授
博士(工学), 日本機械学会フェロー

研究分野: これまでに歯車の計測, 触覚センサシステムの研究, 触覚を用いた計算機インターフェースの研究開発, 及び人間工学に基づく製品評価に関する研究に従事。現在, ロボティクス・メカトロニクス関連研究, 特にVR分野でのハプティクスと呼ばれている人間の力覚および触覚を用いたインターフェース方式の研究開発, およびロボティクスにおける触覚センシングの研究開発を主に行っている。

所属学会: 日本機械学会, 日本ロボット学会, 電子情報通信学会, 日本バーチャルリアリティ学会, 計測時動制御学会

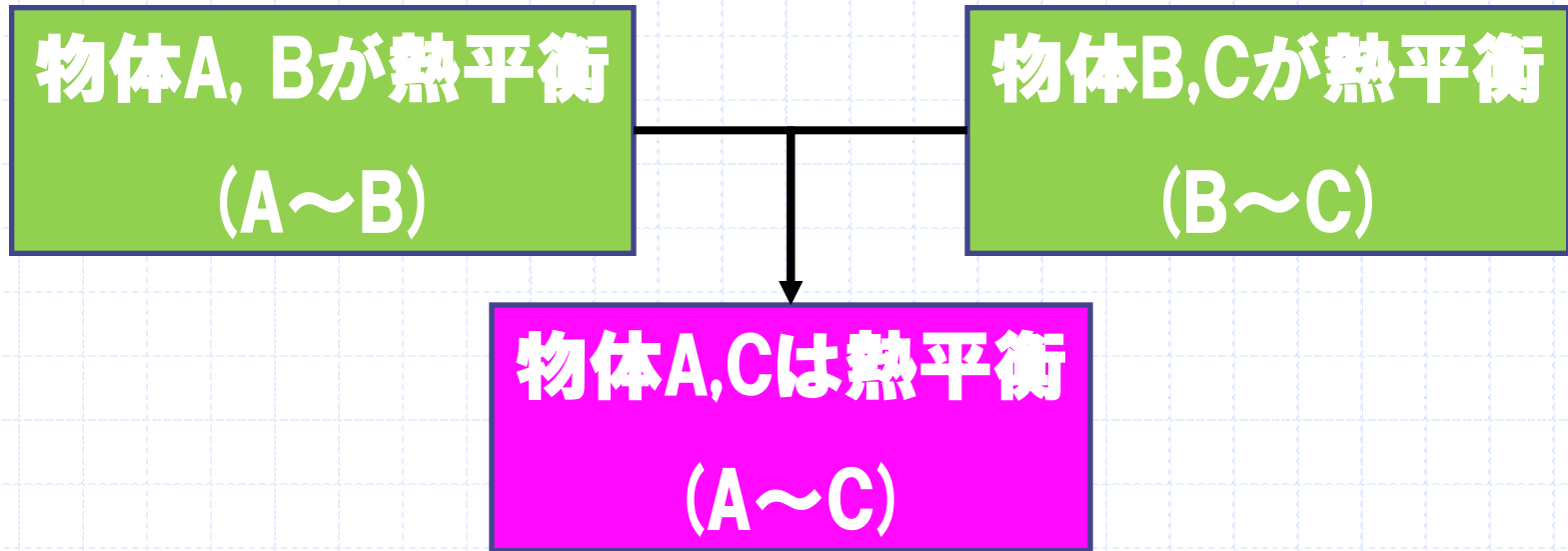
熱力学第0法則 (1)



熱力学第0法則

物体Aと物体Bの間で熱の出入りが自由な状態にあるとき、十分な時間を経過すると、2つの物体はやがて熱平衡状態になる

熱力学第0法則 (2)



物体A, B, Cは, 等しい温度 (Temperature) にある

Bを温度計 (Thermometer) として

A, Cの温度が等しいか否かを計れる

温度目盛

摂氏温度[°C]:セルシウス(Celsius)

1気圧の水の氷点を0, 沸点を100として, その間を100等分したもの。現在は, 絶対温度から273.15を引いたものを摂氏温度としている。

華氏温度[°F]:ファーレンハイト(Fahrenheit)

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

1気圧の水の氷点を32, 沸点を212として, その間を180等分したもの。

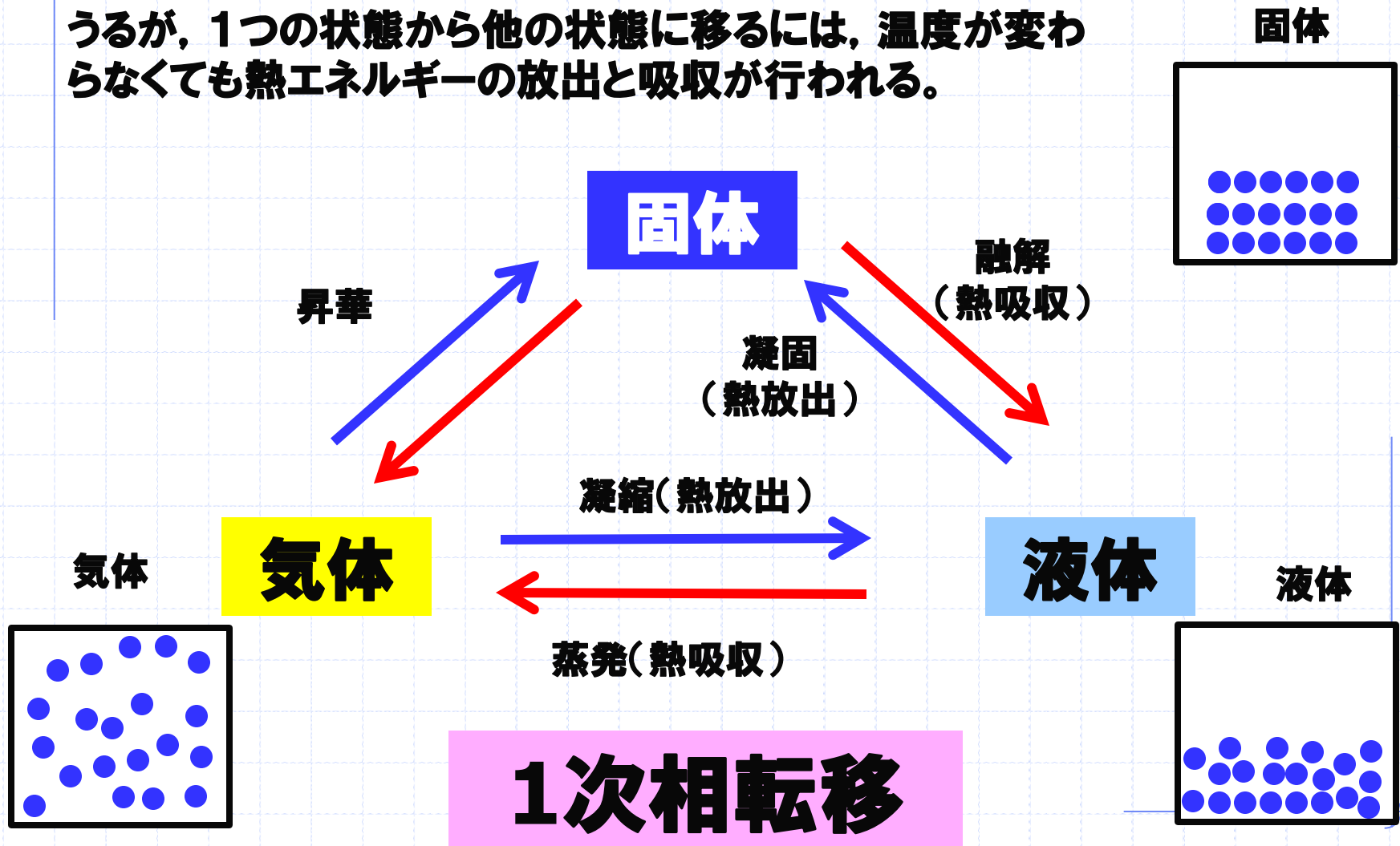
絶対温度[K]

自然界の現象(絶対0度になるとどんな気体でも圧力が0になる)を基に決めた温度目盛り。正確には, 水の3重点(後述)の温度を273.16とし, その時の体積を V_0 として, 絶対温度 T を定める。

$$T = \frac{V}{V_0} \times 273.16$$

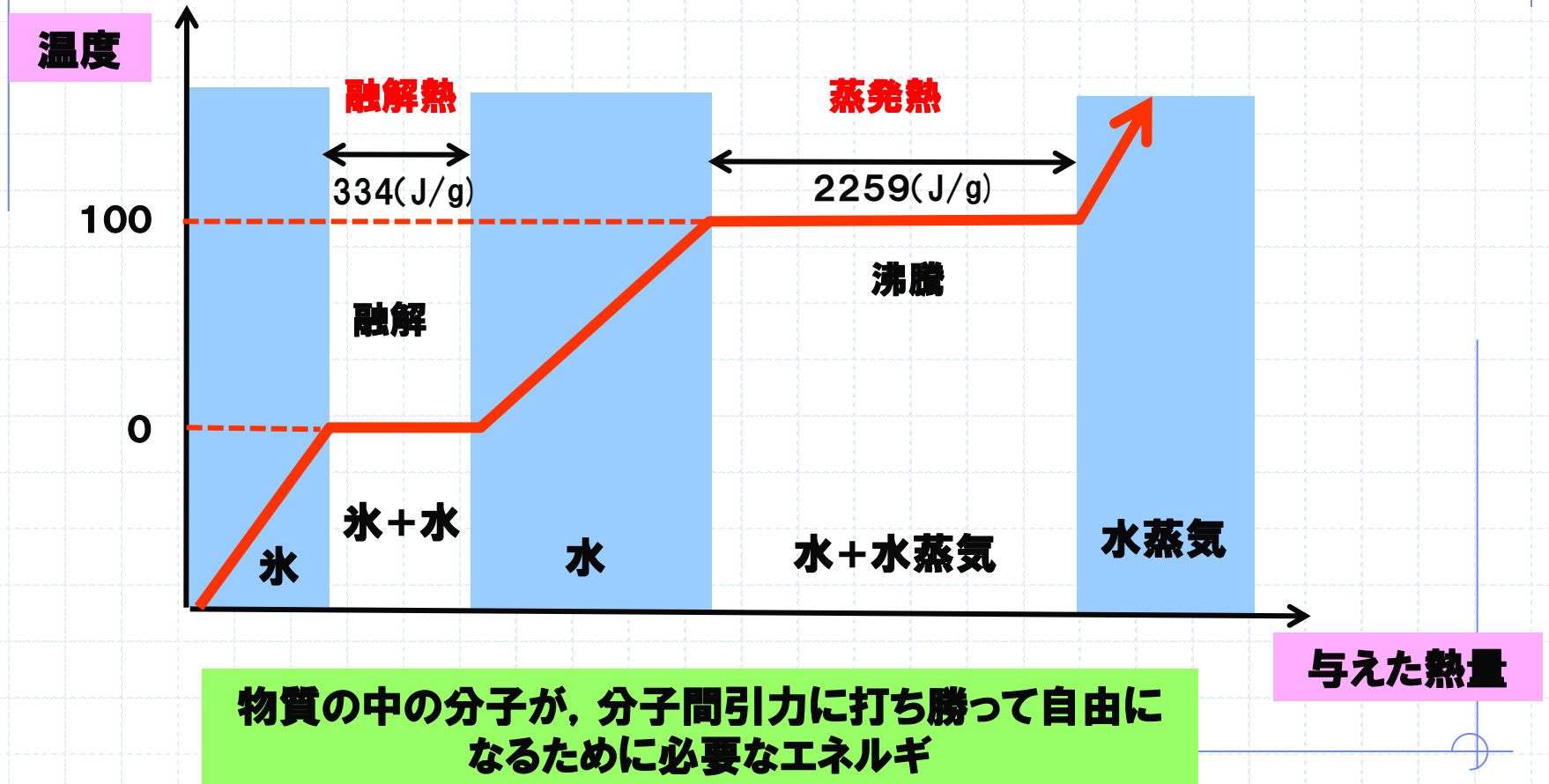
物体の三態

物質は固体，液体，気体の3つの状態のどの状態にもなりうるが，1つの状態から他の状態に移るには，温度が変わらなくても熱エネルギーの放出と吸収が行われる。



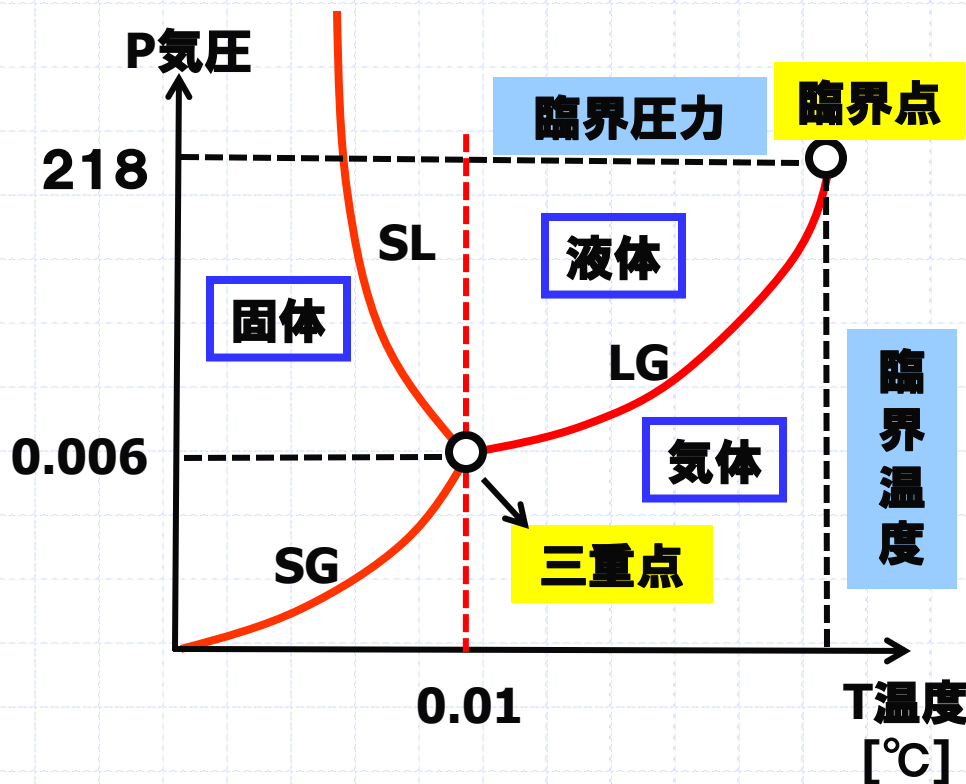
潜熱

物質に熱を加えた場合、固体から液体に、あるいは液体から気体に変化しているときは温度が一定に保たれる。これは熱が温度上昇ではなく、状態変化のために使われるからである。このような状態変化の際に吸収・放出される熱量を潜熱という。



相図

物質がいろいろな温度や圧力のために、気体、液体、固体のどの状態にあるかを示す図を相図という。



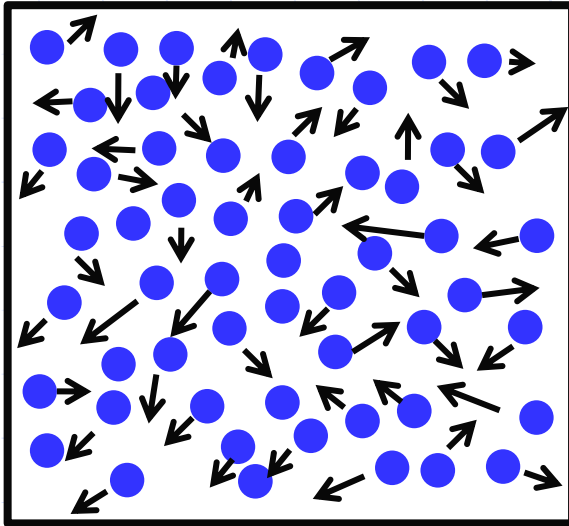
SG曲線: 固体と気体共存
(固体の蒸気圧曲線)

LG曲線: 液体と気体共存
(液体の蒸気圧曲線)

SL曲線: 固体と液体共存

S:solid L:liquid G:gas

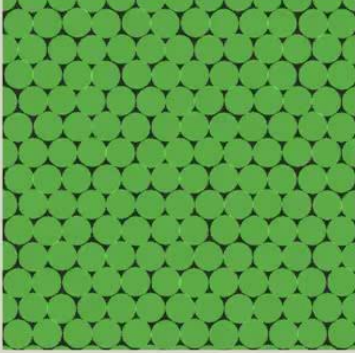
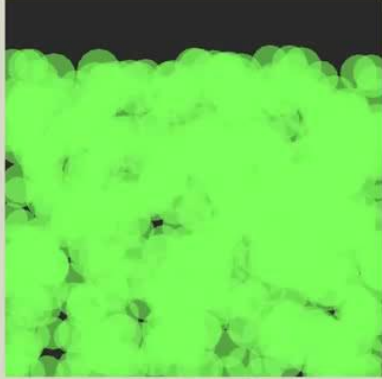
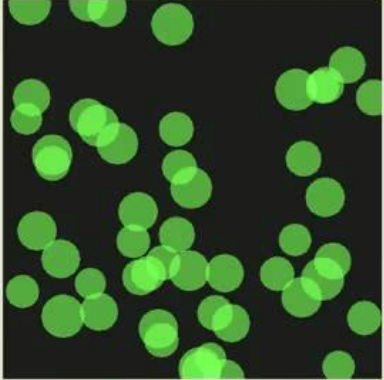
熱と分子運動



物体中の分子

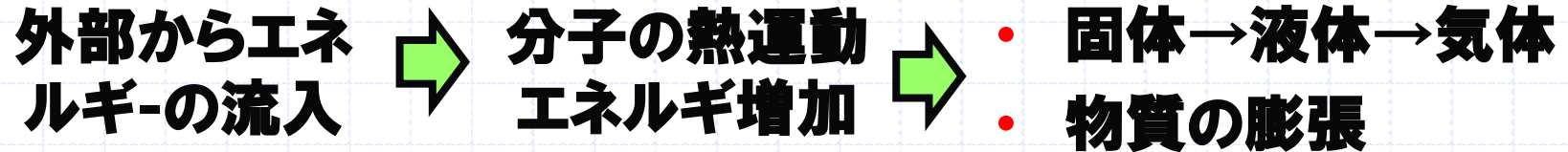
- 分子は熱運動とよばれる乱雑な運動を行っている。
- 物体の温度とは、分子の熱運動エネルギーに比例する物理量

https://www.youtube.com/watch?v=bsLm3CH_-Kc

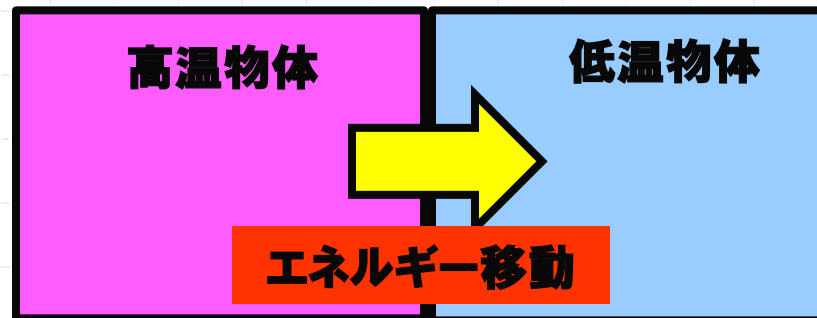
 <small>Source code: 01_bunshi2_solid Built with Processing</small>	固体
 <small>Source code: 01_bunshi3_liquid Built with Processing</small>	液体
 <small>Source code: 01_bunshi1_gas Built with Processing</small>	気体

熱と分子運動

温度の上昇



- 物体を構成する分子の熱運動の(運動エネルギー+位置エネルギー)の総和を物体の**内部エネルギー**とよぶ



この移動エネルギーを熱とよぶ

熱容量と比熱(1)

物体の温度がどれだけ上昇するかは、物体の種類や質量によって異なる

物体に同じ熱エネルギーを加えても

- 物質によって上昇温度が異なる(鉄はすぐ熱くなるが、水は温まりにくい)
- 質量の差があると、温度上昇に差がある

熱容量C: 物体の温度を1°C上げるために必要な熱量をその物体の熱容量という

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad [J / K] \text{ or } [J / ^\circ C] \text{ or } [cal / ^\circ C]$$

ΔQ : 加えた熱量, ΔT 温度上昇

1gの水を1°C上げるために必要な熱量 \Rightarrow 1カロリー(cal)

$$1cal = 4.18605J$$

比熱c: 物質1gの温度を1°C上昇させるために必要な熱量

比熱c [j/g K] の物体m [g] を Δt [K] 上昇させるのに必要な熱量Q [J] は $Q=mc\Delta t$ となる。

- 定圧比熱: 圧力を一定とさせ温度を上昇させたときの比熱
- 定積比熱: 体積を一定とさせ温度を上昇させたときの比熱
- モル比熱: 1mol(分子 6×10^{23} 個)の物質を1°C上昇させるために必要な熱量

熱膨張

物体を熱すると、普通はその体積が膨張する。

熱 → 熱振動振幅の増加 → 原子間距離の増大

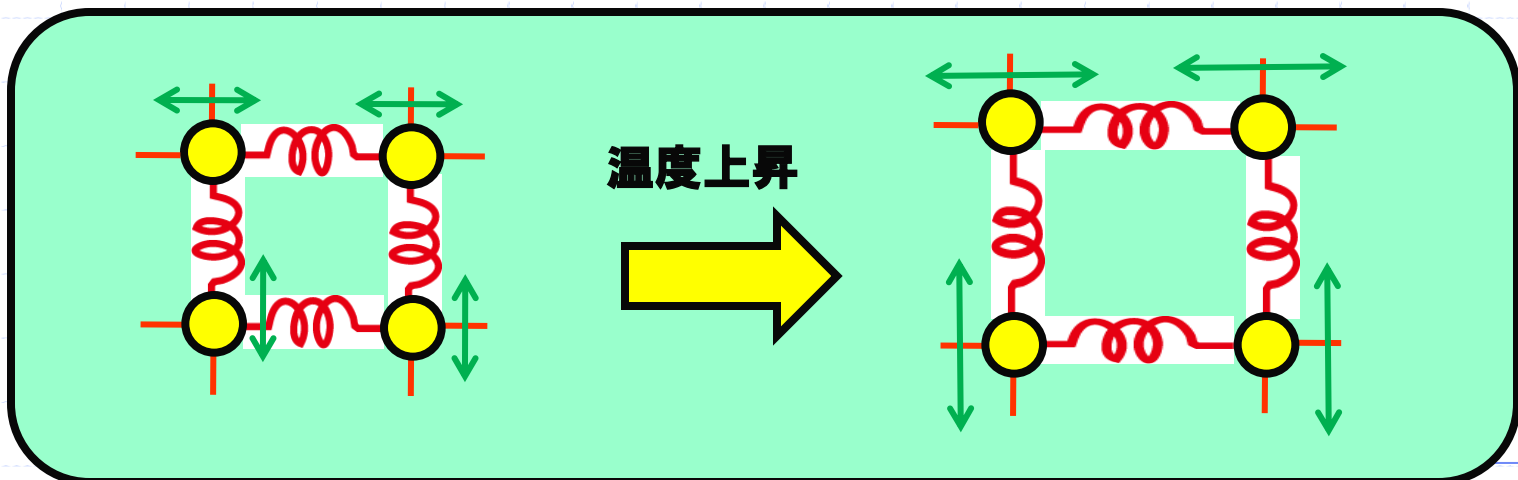
線膨張 : $\Delta L = \alpha L \Delta T$

体積膨張 : $\Delta V = \beta V \Delta T$

α : 線膨張率

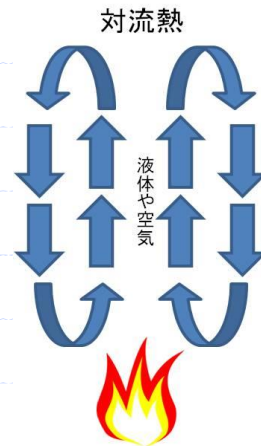
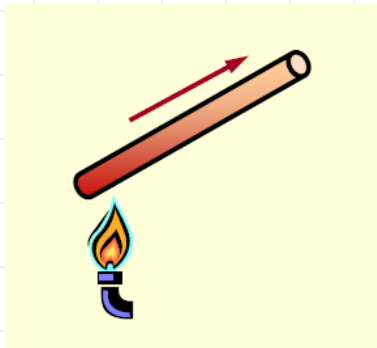
β : 体積膨張率

$\beta = 3\alpha$



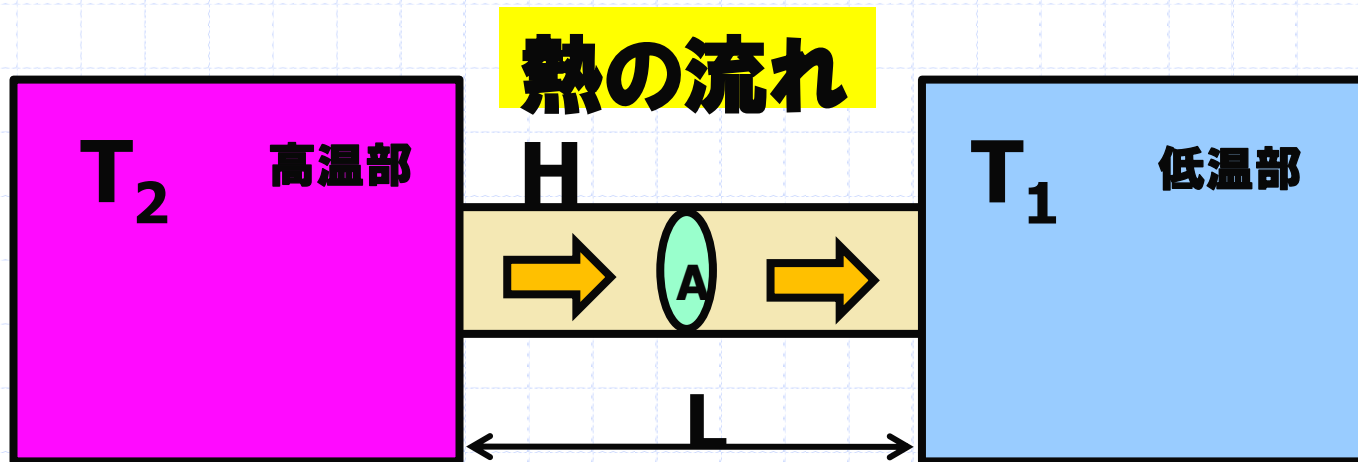
熱の移動

- **熱伝導**：熱源から中間物体(金属等)を介して低温物体に伝わる現象
- **対流**：高温の部分と低温の部分の密度の差によって生じる流体の運動によって伝わる現象。
- **熱放射**：高温物体から出た熱(熱線)は、媒介物体に関係なく、高温物体から低温物体へと熱が移動する現象。



熱伝導

高温部の原子の熱運動エネルギー→(原子間力)→低温側の原子の熱運動エネルギー
物質の移動を伴わずに高温側から低温側へ熱が伝わる



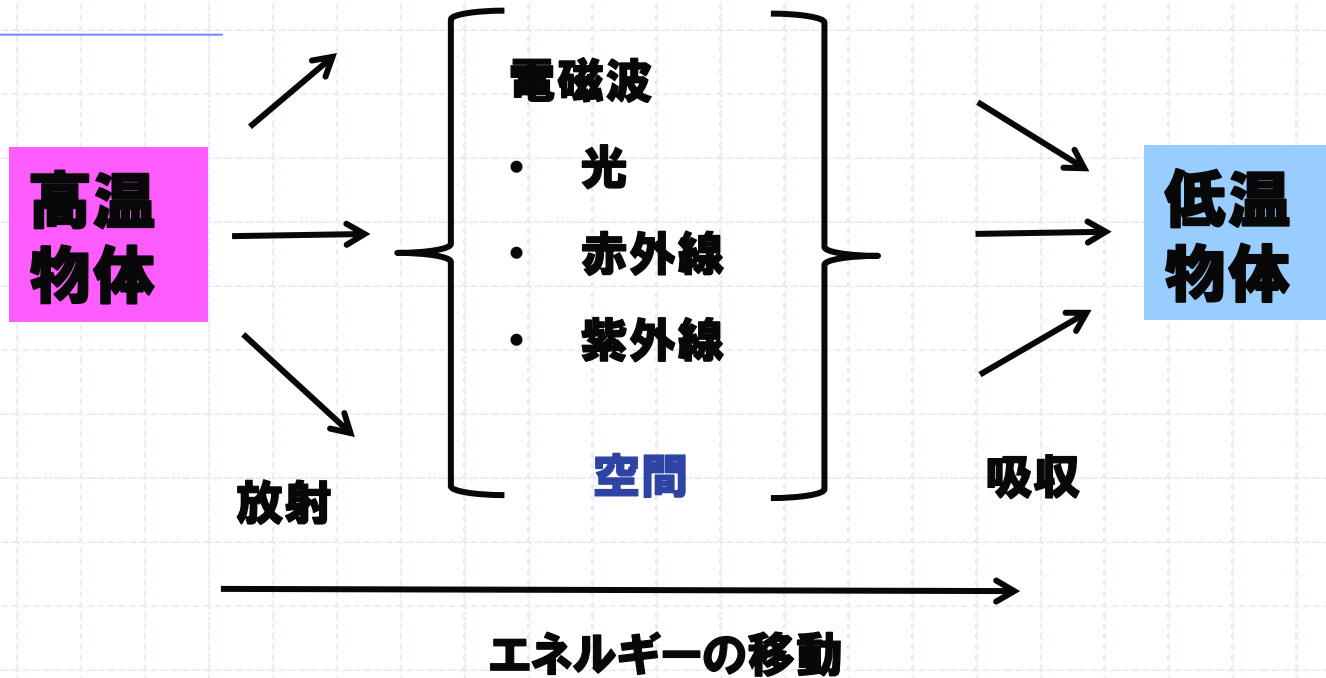
$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA \frac{T_2 - T_1}{L}$$

A: 断面積

L: 長さ

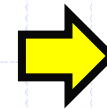
K: 熱伝導率(上記棒の物質の)

熱放射



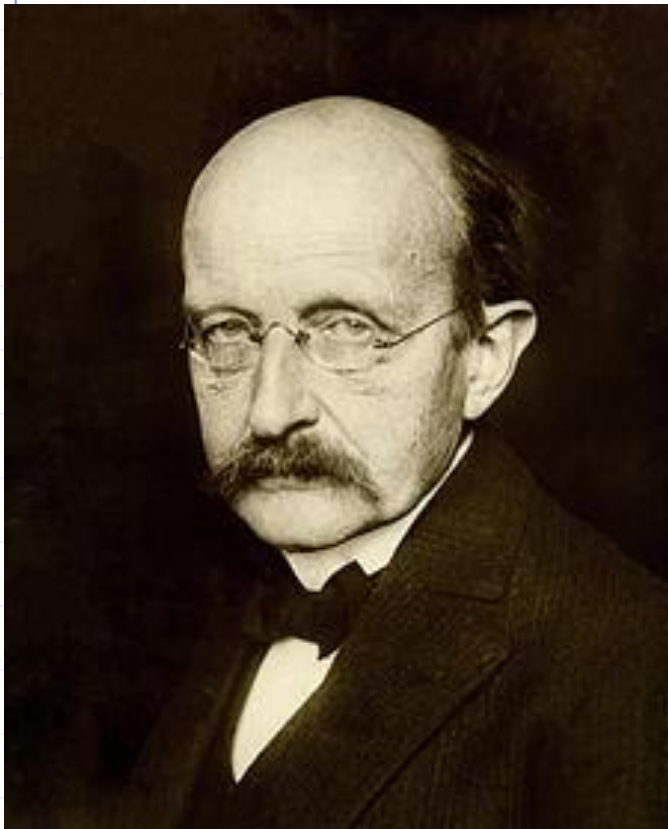
物体は温度に関係した電磁波を放射する

**プランクは温度と放射する波長の関係を表す
公式を提案した**



**プランク
の法則**

マックス・プランク

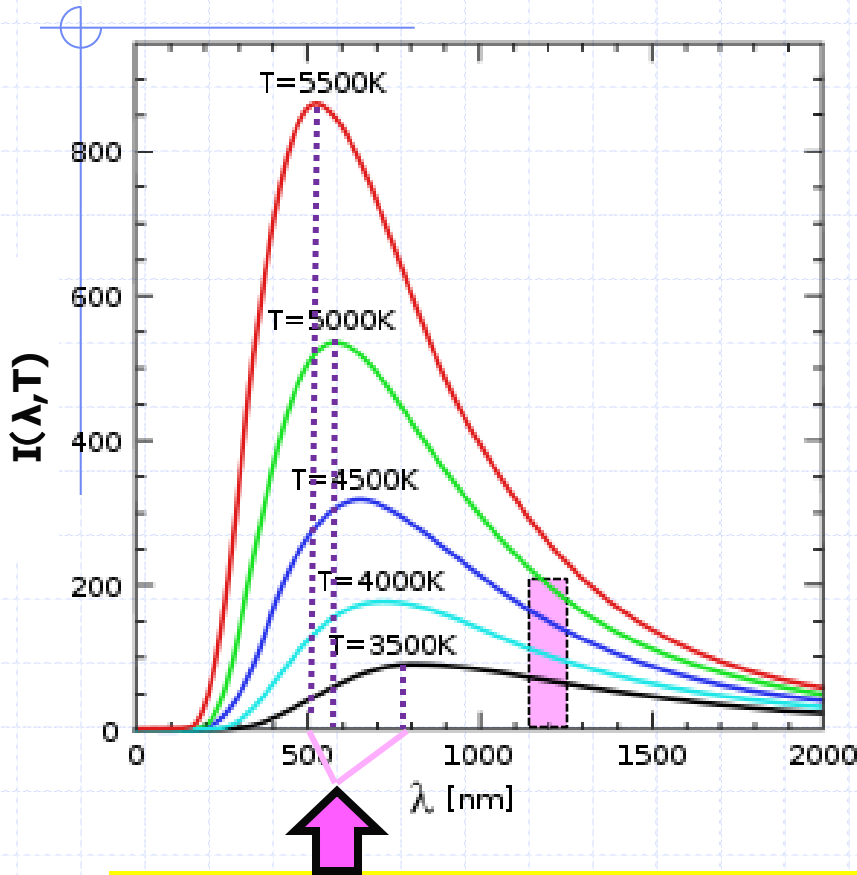


マックス・カール・エルンスト・ルートヴィヒ・プランク(Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858年4月23日 - 1947年10月4日)。

ドイツの物理学者で量子論の創始者の一人

1918年にノーベル物理学賞(エネルギー量子の発見による物理学の進展への貢献:光のエネルギーが、ある最小単位の整数倍の値を取る)

プランクの法則



電磁波(可視光線, 赤外線, 紫外線など)の波長ごとのエネルギー分布

絶対温度 T の曲線に対する波長 λ と $\lambda + \Delta\lambda$ の面積は, 絶対温度 T の物体表面 1m^2 から波長 λ と $\lambda + \Delta\lambda$ の間の電磁波が, 1秒間に放出されるエネルギー量

$$I(\lambda, t)\Delta\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \Delta\lambda$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

h :プランク定数

ウィーンの法則: ピーク波長 λ_{max} と絶対温度 T の関係は以下のようになる

$$\lambda_{\text{max}} T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

シャープ芯電球ビデオ

シュテファンの法則

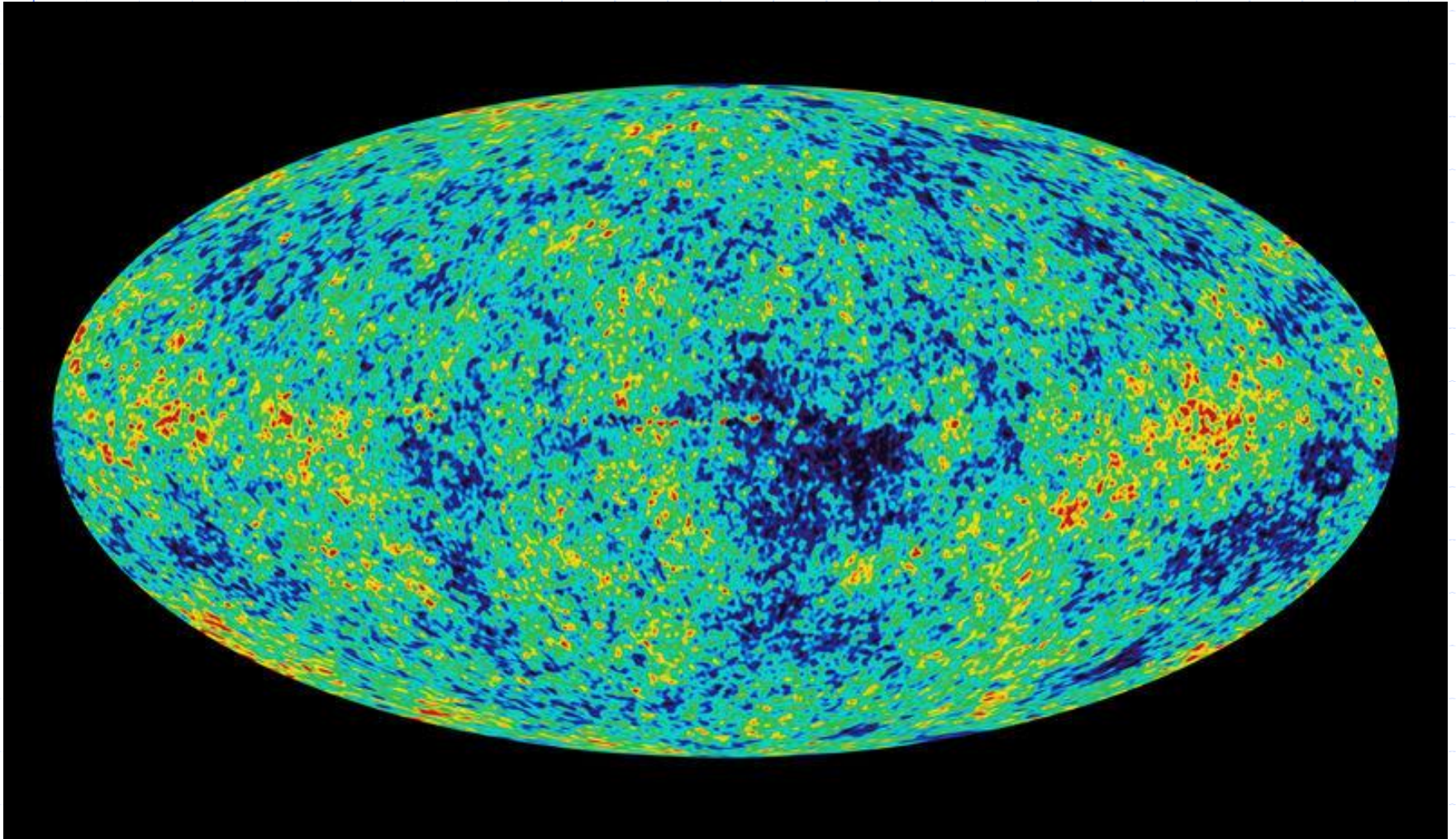
絶対温度 T の物体表面 1m^2 、1秒間に放射される電磁波の全エネルギー W は、その絶対温度の4乗に比例し、下記の式で表される。

$$W(T) = \int_0^{\infty} I(\lambda, t) d\lambda = \sigma T^4$$
$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W } / (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

物体はシュテファンの法則で表される割合でエネルギーを放射する。それと同時に物体は周囲から電磁放射線を吸収する。ある物体の温度が T であり、その周囲の物体の温度が T_0 であれば、放射の結果、物体が毎秒獲得、または失う賞味のエネルギーは次のようになる

$$P_{net} = \sigma (T^4 - T_0^4)$$

宇宙の温度：マイクロ波背景放射

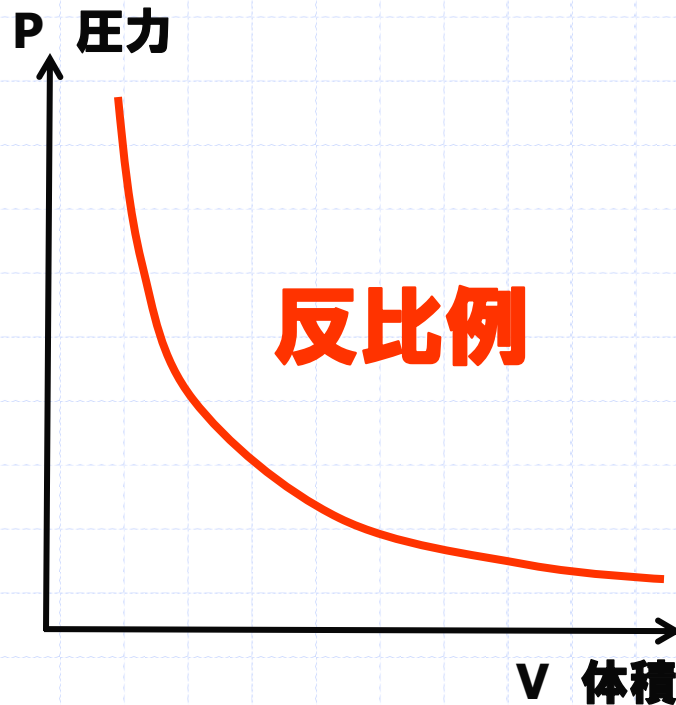


気体の分子運動論



気体の分子運動論 (ボイルの法則)

ボイルの法則: 温度が一定のとき, 気体の体積Vと圧力pは**反比例**する



$$PV = \text{一定}$$

(温度は一定)

気体の分子運動論 (シャルルの法則)

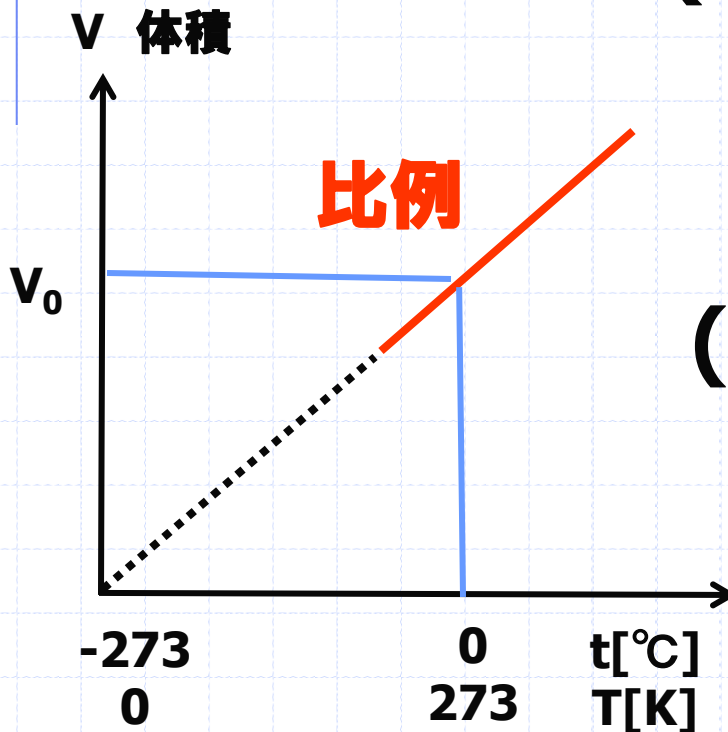
シャルルの法則: 十分希薄な気体において, 一定の圧力 p のもとで気体の体積 V は **絶対温度 T に比例**する

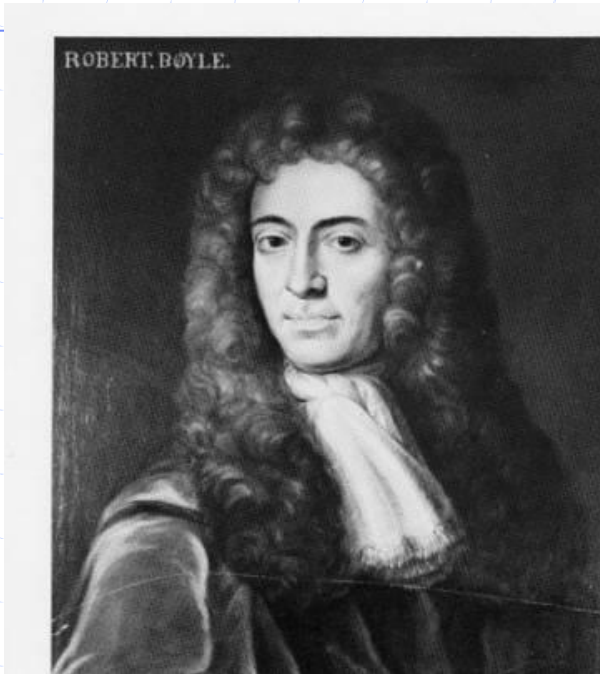
(1) 温度 $t[^\circ\text{C}]$ で表わす

$$V = \left(1 + \frac{t}{273.15} \right) V_0$$

(2) 温度 $T[\text{K}]$ で表わす

$$V = \left(\frac{t + 273.15}{273.15} \right) V_0 = \frac{T}{273.15} V_0$$





ボイル Robert Boyle(1627-1691):イギリスの物理学者。ボイルの法則(1662)は、気体の定量法則の最初という



ジャック・アレクサンドル・セザール・シャルル(Jacques Alexandre César Charles, 1746年11月12日 - 1823年4月7日)はフランスの発明家、物理学者、数学者、気球乗り。

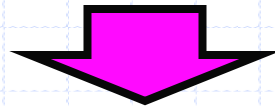
ボイルの法則 + シャルルの法則

ボイルの法則

$$PV = \text{一定}$$

シャルルの法則

$$\frac{V}{T} = \text{一定} \left(\frac{V_0}{273.15} \right)$$



ボイル・シャルル
の法則

$$\frac{PV}{T} = \text{一定}$$

P : 気体の圧力[P], V : 気体の体積[m³], T : 気体の温度[K]

モルとアボガドロ数

モルは、12グラムの炭素12(^{12}C)の中に存在する原子の数 N_A と等しい構成要素を含む系の物質質量である。

N_A :アボガドロ数(6.02×10^{23})

分子量にグラムを付けた質量の物質質量が
1モル

炭素の分子量(C): 12 \Rightarrow 炭素12gの分子数は N_A

酸素の分子量(O_2): 32 \Rightarrow 酸素32gの分子数は N_A

水の分子量(H_2O): 18 \Rightarrow 水18gの分子数は N_A

ボイルの法則 + シャルルの法則

n molの気体の圧力 P , 体積 V , 絶対温度 T の間には
次の関係が成り立つ

$$\frac{PV}{T} = nR$$

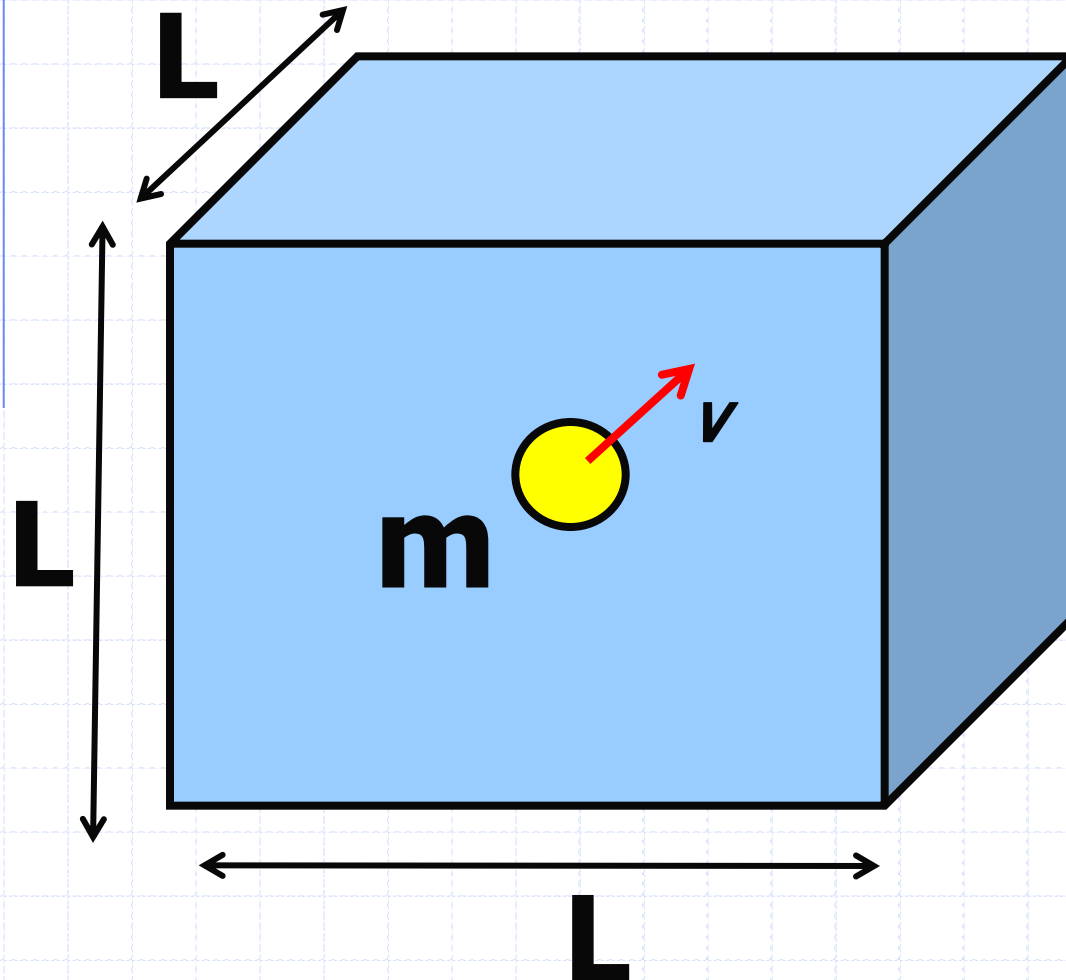
(R :気体定数)

$$pV = nRT, \quad R = 8.31 \text{ J / (K} \cdot \text{mol)}$$

理想気体の状態方程式

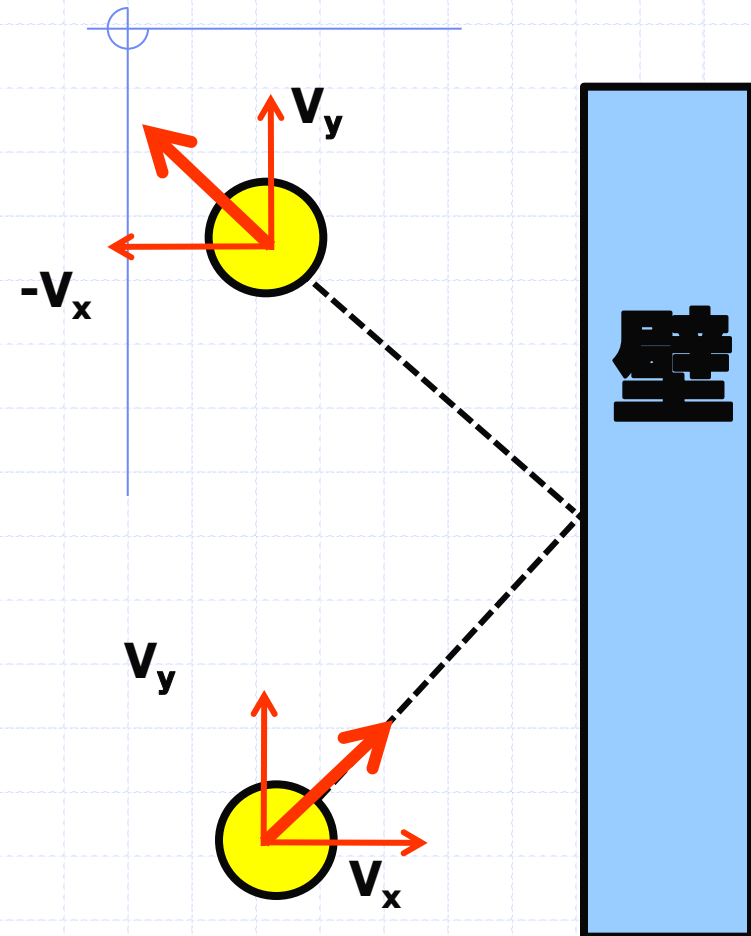
標準状態(1気圧, 0°C)では**22.414L**の理想気体の中に1molの分子, つまり N_A ($6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$)個, が含まれる. N_A :アボガドロ数

気体の分子運動論 1/9



体積 V の容器に容れた N 個の分子からなる理想気体の圧力を与える式を導く

気体の分子運動論2/9



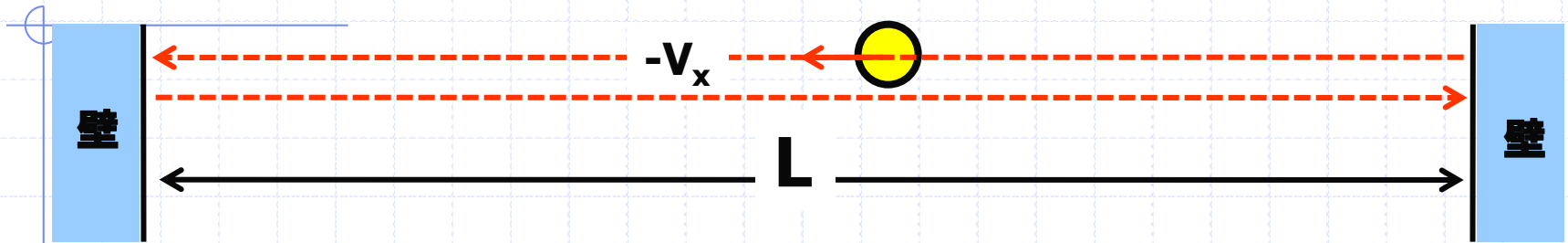
分子が壁と弾性衝突,
その時の運動量変化

$$\Delta p_x = -mv_x - mv_x = -2mv_x$$

従って衝突のたびに,
壁に与える運動量は

$$2mv_x$$

気体の分子運動論3/9



1 往復する時間： $\frac{2L}{v_x}$ ， 時間 t に壁に衝突する回数： $\frac{v_x}{2L}t$

1個の分子が壁に及ぼす力積：

$$2mv_x \times \frac{v_x t}{2L} = \frac{mv_x^2}{L}t$$

●これを全分子に対して加え合わせれば、
気体が壁に及ぼす力積が求められる

気体の分子運動論4/9

1個の分子が壁に及ぼす力積： $\frac{mv_x^2}{L}t$

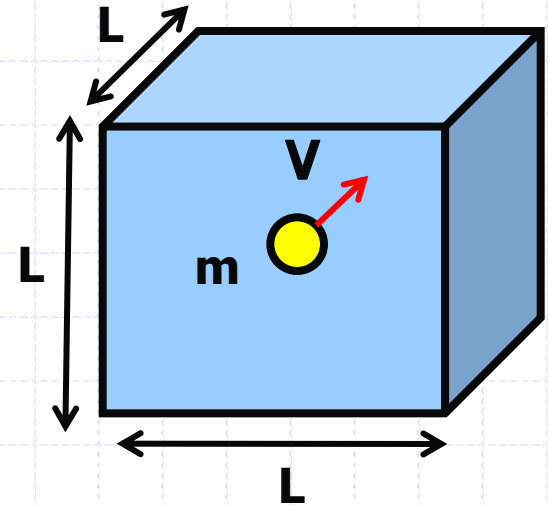
● nN_A 個の分子の v_x^2 の平均値を $\langle v_x^2 \rangle$ とすれば、壁に及ぼす力積 Ft から、力 F を求めると

$$F = \frac{nN_A m \langle v_x^2 \rangle}{L}$$

n : mol数, N_A : アボガドロ数

気体の分子運動論 5 / 9

$$F = \frac{nN_A m \langle v_x^2 \rangle}{L}$$



壁の面積は L^2 なので
気体の圧力 p は

$$p = \frac{F}{L^2} = \frac{nN_A m \langle v_x^2 \rangle}{L^3} = \frac{nN_A m \langle v_x^2 \rangle}{V}$$

気体の分子運動論6/9

$$p = \frac{nN_A m \langle v_x^2 \rangle}{V}$$

気体の分子は等方的

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle. \quad \text{また}$$

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_{xy}^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

$$pV = \frac{1}{3} nN_A m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} E$$

$$E = \frac{1}{2} nN_A m \langle v^2 \rangle \quad (\text{気体分子の全エネルギー})$$

気体の分子運動論 7 / 9

$$pV = \frac{1}{3} nN_A m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} E$$

ボイル-シャルルの法則 ($pV = nRT$) と比較すると

$$E = \frac{1}{2} nN_A m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} nRT$$

気体分子の全運動エネルギー E は絶対温度 T に比例する

気体の分子運動論8/9

気体分子1個あたりの平均運動エネルギーは

$$E = \frac{1}{2} n N_A m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} n R T \Rightarrow \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$$

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \quad (\text{ボルツマン定数})$$

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

気体の分子運動論9/9

気体分子の運動エネルギーは絶対温度Tに比例する

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

v_{rms} = 分子の2乗平均速度

同じ温度では軽い気体分子の方が速く運動する

例：水素の二乗平均速度 (300K)

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}$$

$$\left(k_B = \frac{R}{N_A} \right)$$

計算例：

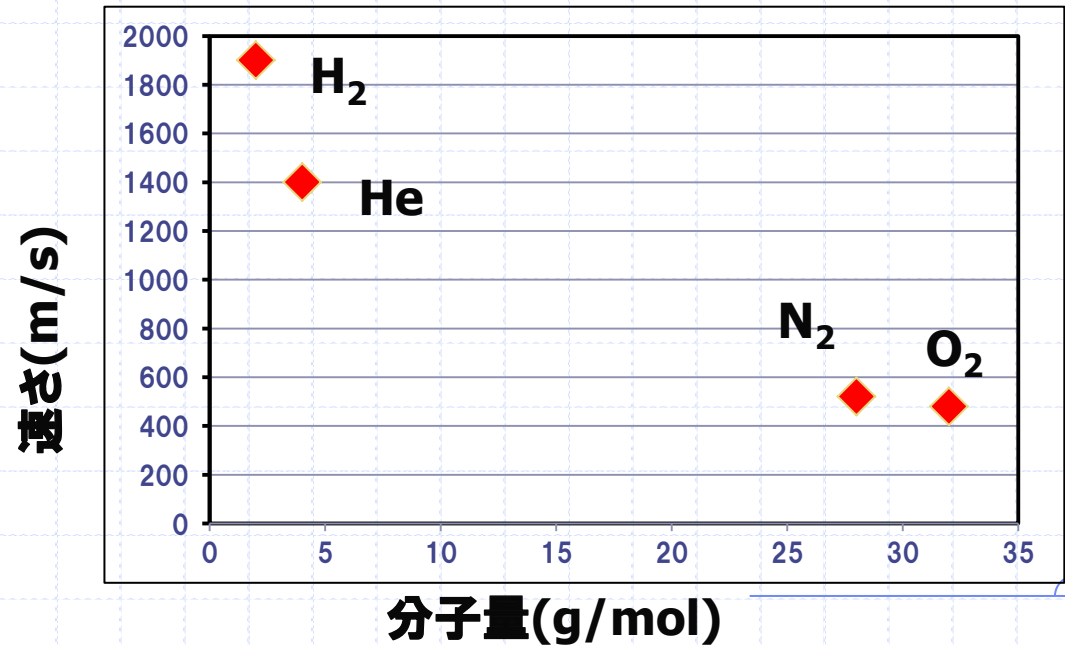
水素(H₂)分子量:2(g/mol) →

$$m[kg] = \frac{2}{1000N_A}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\langle v^2 \rangle} &= \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{1000N_A \times 3R \times 300}{2 \times N_A}} = \sqrt{\frac{1000 \times 3 \times 8.21 \times 300}{2}} \\ &= 1.93 \times 10^3 [m/s] \end{aligned}$$

例:気体の二乗平均速度 (300K)

気体	分子量 (g/mol)	速さ (m/s)
H ₂	2	1.9×10 ³
He	4	1.4×10 ³
N ₂	28	5.2×10 ²
O ₂	32	4.8×10 ²



マックスウェル分布

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}$$

気体分子の平均速度

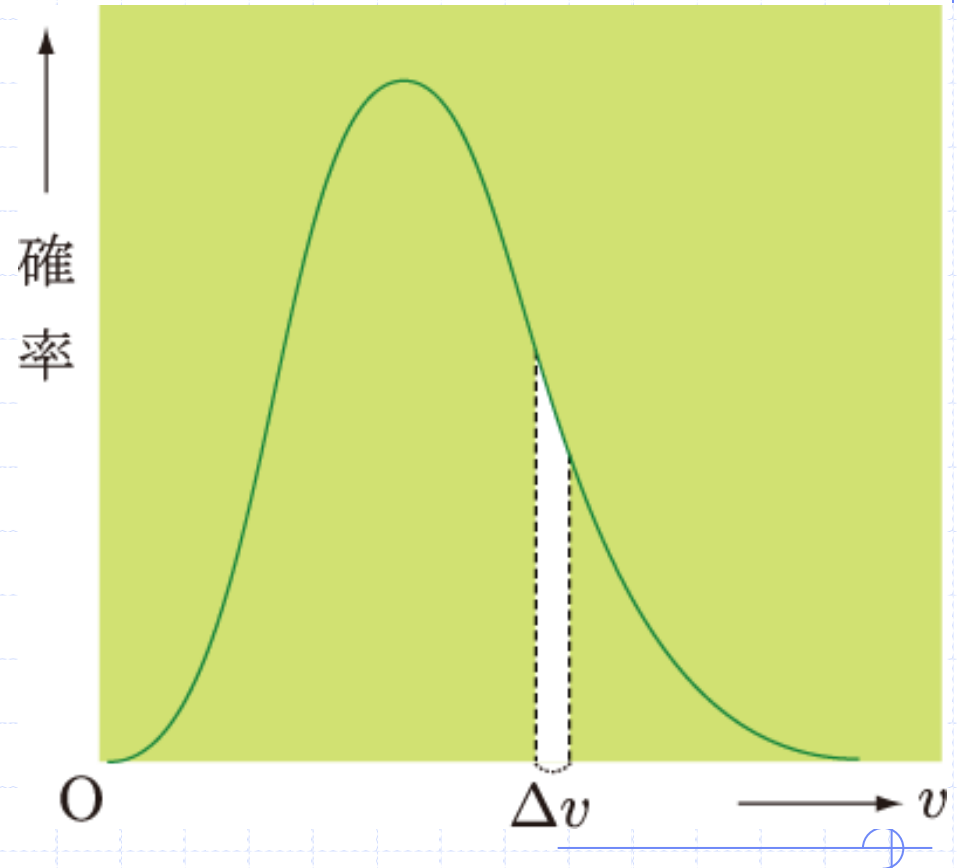
気体分子の速さが、 v と $v + \Delta v$ の間にある確率

$$Nv^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \Delta v$$

$$N = \sqrt{\frac{2m^3}{\pi k^3 T^3}}$$

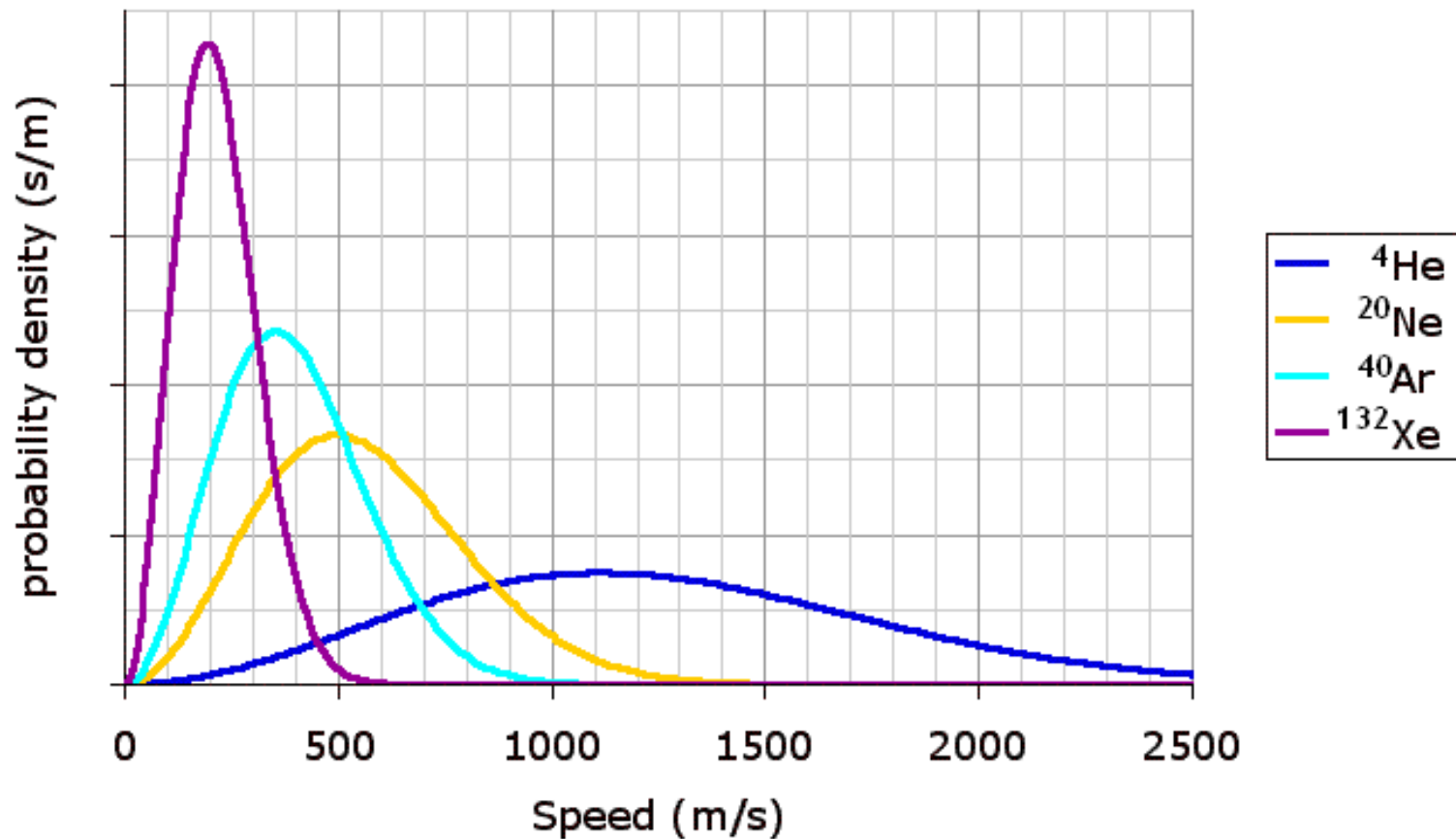
k :ボルツマン定数

m :分子の質量



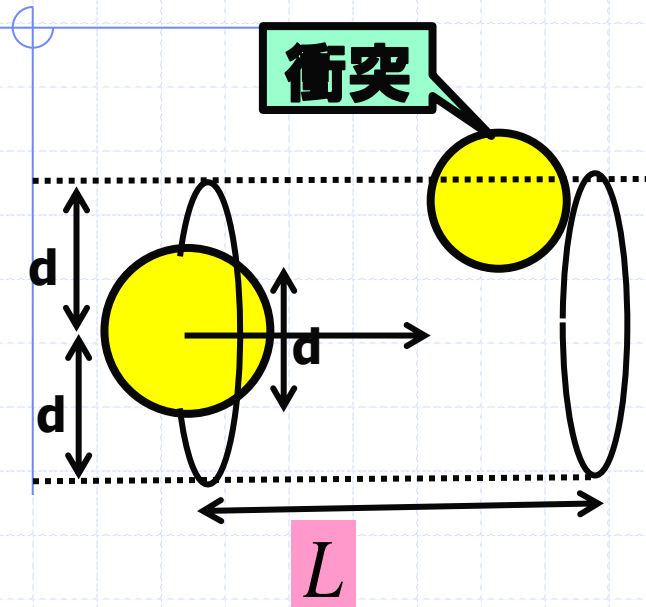
マックスウェル分布

Maxwell-Boltzmann Molecular Speed Distribution for Noble Gases



出典:ウィキペディアより

平均自由行程



2つの分子の中心間距離がdより小さくなると衝突すると考える

半径dの円筒内に、平均して長さL毎に他の分子の中心が平均1個含まれることになる。
(N:分子個数/m³)

他の分子は静止と仮定

$$\pi d^2 L N = 1 \quad \Rightarrow \quad L = 1 / \pi d^2 N$$

他の分子も動いているとすると

$$L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi N d^2}$$

理想気体の内部エネルギー

内部エネルギー $U =$ 分子の運動エネルギー
+ 分子の位置エネルギー

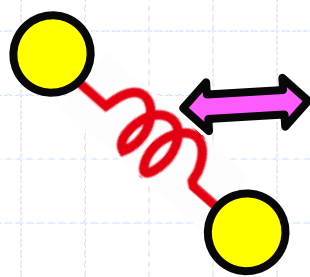
単原子分子 : $U = \frac{3}{2}nRT$

多原子分子 : $U = \frac{f}{2}nRT$

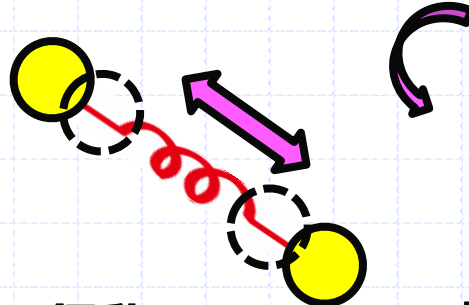
単原子分子 (He, Ar) : $f = 3$

2原子分子 (O_2, N_2, CO) : $f \approx 5$,

3原子分子 (CO_2, SO_2) : $f > 6$,



並進

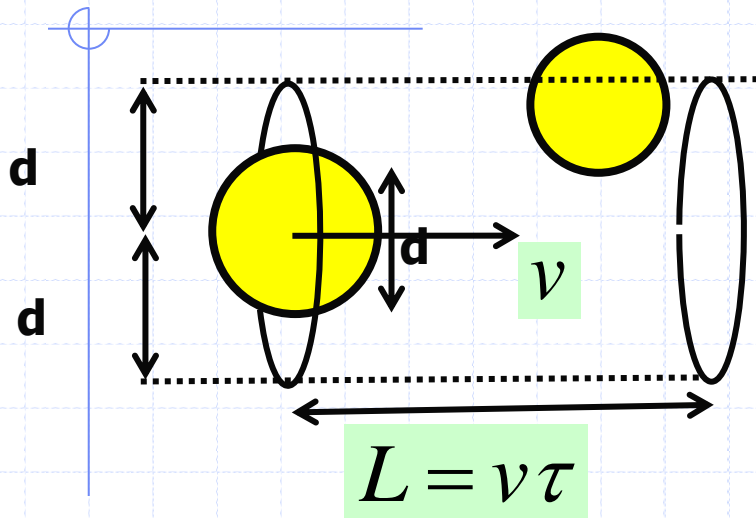


振動

回転

例) 2原子分子

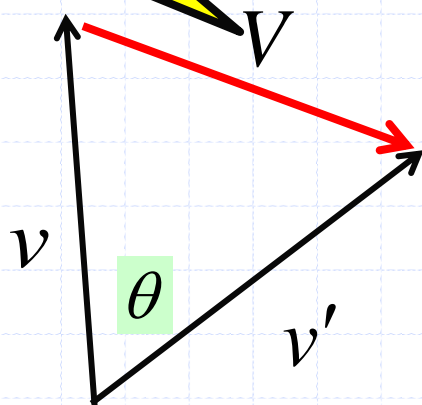
おわり



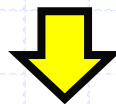
Lだけ進む間に、平均して他の分子1個と衝突する。分子の密度はN

$$N\pi d^2 L = 1 \Rightarrow L = 1/\pi d^2 N$$

相対速度



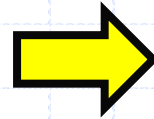
$$V^2 = v^2 + v'^2 - 2vv' \cos \theta$$



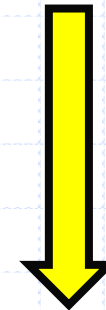
$$V^2 = 2v^2$$

多くの分子の平均を取ると

$$N = \frac{1}{\pi d^2 L} = \frac{1}{\pi d^2 v \tau}$$

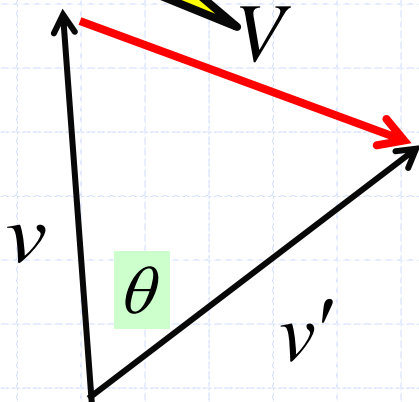


$$N = \frac{1}{\pi d^2 \sqrt{2} v \tau}$$



$$L = v \tau = \frac{1}{\sqrt{2} \pi N d^2}$$

相对速度



THE PERIODIC TABLE

	1 IA																	18 VIIIA	
1	H 1 1.008 Hydrogen																		He 2 4.00 Helium
2	Li 3 6.94 Lithium	Be 4 9.01 Beryllium											B 5 10.81 Boron	C 6 12.01 Carbon	N 7 14.01 Nitrogen	O 8 16.00 Oxygen	F 9 19.00 Fluorine	Ne 10 20.18 Neon	
3	Na 11 22.99 Sodium	Mg 12 24.31 Magnesium											Al 13 26.98 Aluminum	Si 14 28.09 Silicon	P 15 30.97 Phosphorus	S 16 32.07 Sulfur	Cl 17 35.45 Chlorine	Ar 18 39.95 Argon	
4	K 19 39.10 Potassium	Ca 20 40.08 Calcium	Sc 21 44.96 Scandium	Ti 22 47.88 Titanium	V 23 50.94 Vanadium	Cr 24 52.00 Chromium	Mn 25 54.94 Manganese	Fe 26 55.85 Iron	Co 27 58.93 Cobalt	Ni 28 58.69 Nickel	Cu 29 63.55 Copper	Zn 30 65.39 Zinc	Ga 31 69.72 Gallium	Ge 32 72.61 Germanium	As 33 74.92 Arsenic	Se 34 78.96 Selenium	Br 35 79.90 Bromine	Kr 36 83.80 Krypton	
5	Rb 37 85.47 Rubidium	Sr 38 87.62 Strontium	Y 39 88.91 Yttrium	Zr 40 91.22 Zirconium	Nb 41 92.91 Niobium	Mo 42 95.94 Molybdenum	Tc 43 (97.9) Technetium	Ru 44 101.07 Ruthenium	Rh 45 102.91 Rhodium	Pd 46 106.42 Palladium	Ag 47 107.87 Silver	Cd 48 112.41 Cadmium	In 49 114.82 Indium	Sn 50 118.71 Tin	Sb 51 121.76 Antimony	Te 52 127.60 Tellurium	I 53 126.90 Iodine	Xe 54 131.29 Xenon	
6	Cs 55 132.91 Cesium	Ba 56 137.33 Barium	La 57 138.91 Lanthanum	Hf 72 178.49 Hafnium	Ta 73 180.95 Tantalum	W 74 183.85 Tungsten	Re 75 186.21 Rhenium	Os 76 190.2 Osmium	Ir 77 192.22 Iridium	Pt 78 195.08 Platinum	Au 79 196.97 Gold	Hg 80 200.59 Mercury	Tl 81 204.38 Thallium	Pb 82 207.2 Lead	Bi 83 208.98 Bismuth	Po 84 (209) Polonium	At 85 (210) Astatine	Rn 86 (222) Radon	
7	Fr 87 223.02 Francium	Ra 88 226.03 Radium	Ac 89 227.03 Actinium	Rf 104 (261) Rutherfordium	Db 105 (262) Dubnium	Sg 106 (263) Seaborgium	Bh 107 (262) Bohrium	Hs 108 (265) Hassium	Mt 109 (266) Meitnerium	Unnamed Discovery 110 Nov. 1994	Unnamed Discovery 111 Nov. 1994	Unnamed Discovery 112 1996		Unnamed Discovery 114 1999		Unnamed Discovery 116 1999		Unnamed Discovery 118 1999	

H — SYMBOL
1 — ATOMIC NUMBER
1.008 — ATOMIC WEIGHT
Hydrogen — NAME

() = ESTIMATES

ALKALI METALS ALKALI EARTH METALS

HALOGENS NOBLE GASES

LANTHANIDES	Ce 58 140.12 Cerium	Pr 59 140.91 Praseodymium	Nd 60 144.24 Neodymium	Pm 61 (145) Promethium	Sm 62 150.36 Samarium	Eu 63 152.97 Europium	Gd 64 157.25 Gadolinium	Tb 65 158.93 Terbium	Dy 66 162.50 Dysprosium	Ho 67 164.93 Holmium	Er 68 167.26 Erbium	Tm 69 168.93 Thulium	Yb 70 173.04 Ytterbium	Lu 71 174.97 Lutetium
ACTINIDES	Th 90 232.04 Thorium	Pa 91 231.04 Protactinium	U 92 238.03 Uranium	Np 93 237.05 Neptunium	Pu 94 (240) Plutonium	Am 95 243.06 Americium	Cm 96 (247) Curium	Bk 97 (248) Berkelium	Cf 98 (251) Californium	Es 99 252.08 Einsteinium	Fm 100 257.10 Fermium	Md 101 (257) Mendelevium	No 102 259.10 Nobelium	Lr 103 262.11 Lawrencium



www.hmpublishing.com
© Hayden-McNeil Specialty Products